

Problème 27: Un grand trésor ! (sans calculatrice) / Complexe

Le prix (en euros) du caviar correspond à sa masse (en gramme) élevée au carré puis multipliée par 100. Le prix (en euros) du foie gras correspond à trois fois sa masse (en grammes).

Martin et Théodore reçoivent une énorme cargaison composée d'aliments qui sont soit du caviar soit du foie gras, et dont la valeur totale est de 5 000 000 €. Ils partagent chaque aliment en deux, et prennent chacun une des moitiés ainsi découpées. La valeur totale des aliments de Martin vaut 2 000 000 €. En euros, quelle était la valeur totale initiale du caviar contenu dans la cargaison ?



Solution:

Martin et Théodore ont tous les deux 2 000 000 €, ce qui veut dire que couper les aliments en deux leur a fait perdre 1 000 000 € de valeur au total.

Soit f la fonction qui à x associe la valeur du caviar de masse x en grammes.

Soit g la fonction qui à x associe la valeur du foie gras de masse x en grammes.

Couper le foie gras en deux ne lui fait pas perdre de valeur. En effet, $g(x)=3x$, donc $2 * g(1/2x) = 2 * 1,5x = 3x = g(x)$

Cependant, couper le caviar en deux peut changer sa valeur. En effet, $f(x)=100x^2$, donc $2*f(1/2x) = 2*100*\frac{x^2}{4} = \frac{100x^2}{2} = \frac{f(x)}{2}$

Donc, couper le caviar en deux lui fait perdre la moitié de sa valeur, tandis que couper le foie gras en deux ne change rien. Si la valeur totale de la cargaison a été réduite de 1 000 000 €, on en déduit que la valeur du caviar a été réduite de 1 000 000 €, et qu'elle valait donc le double au départ. Le caviar valait donc au départ 2 000 000 €.